

УДК 677.055.5

DOI 10.47367/0021-3497_2024_5_163

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ
ДИНАМИКИ ВАЛОВ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАШИН****MATHEMATICAL MODEL FOR STUDYING
THE DYNAMICS OF SHAFTS IN TEXTILE MACHINES**Л.А. КОНДРАТЕНКО¹, Л.И. МИРОНОВА¹, С.В. ХЕЙЛО², В.Г. ДМИТРИЕВ¹L.A. KONDRATENKO¹, L.I. MIRONOVA¹, S.V. KHEYLO², V.G. DMITRIEV¹¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет),
²Российский государственный университет им. А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство))¹Moscow Aviation Institute (State National Research University),²The Kosygin State University of Russia)

E-mail: khejlo-sv@rguk.ru

Проведен динамический анализ работы входного вала механической передачи на примере текстильной машины. Такие передачи реализуют движение исполнительного механизма в механической системе. Приведена математическая модель, позволяющая исследовать низкочастотные динамические свойства вала, вызванные поперечными колебаниями его частей. Колебания вала существенно влияют на качество производства текстильной продукции. Изложен метод описания передачи мощности линейными уравнениями первого порядка. Метод учитывает ускорения и скорости изменения напряжений в деталях вследствие взаимодействия силовых факторов механической системы. Получены дифференциальные уравнения движения. Приведены расчетные логарифмические частотные характеристики реального механизма. Определены условия устойчивой работы механизма текстильного оборудования.

The dynamic analysis of the input shaft of a mechanical transmission is performed using a spinning textile machine as an example. Such transmissions realize the movement of the actuator in a mechanical system. A mathematical model is presented that allows to study the low-frequency dynamic properties of the shaft caused by transverse vibrations of its parts. Shaft vibrations significantly affect the quality of textile production. A method for describing power transmission by first-order linear equations is presented. The method takes into account accelerations and rates of stress change in parts due to the interaction of force factors of a mechanical system. Differential equations of motion are obtained. The calculated logarithmic frequency characteristics of a real mechanism are presented. The conditions for stable operation of the textile equipment mechanism are determined.

Ключевые слова: вал, механическая передача, напряжение в деталях, скорость движения, текстильная машина, колебания.

Keywords: shaft, mechanical transmission, stress in parts, movement speed, textile machine, vibrations.

Качество продукции текстильной и легкой промышленности определяется техническим состоянием оборудования.

На состояние технического оборудования и технологического процесса влияет работоспособность механизмов трикотажных машин, ткацких станков, машин для производства искусственных волокон. Этому оборудованию присуща высокая кинематическая сложность движения рабочих органов машин и их взаимовлияние.

Важной характеристикой работоспособности машин и механизмов текстильной промышленности является соответствие расчетного и фактического законов движения исполнительных органов [1]. Параметрами, влияющими на точность передачи движения, являются скорости, ускорения, амплитуды и частоты колебаний различных деталей рабочих органов текстильной машины.

Наряду с технологическими требованиями, предъявляемыми к текстильным машинам, разработчики должны обеспечить надежность конструкции при заданном ресурсе и высокую производительность оборудования с учетом изменчивости технологических параметров (вытяжка, крутка, намотка и др.). В большинстве случаев это достигается применением механических передач со сменными зубчатыми колесами.

Прочности зубчатых передач и элементов механизмов текстильных машин посвящено немало работ, например [2...7]. Исследования динамических явлений в валах разнообразной длины, обусловленных высокоскоростным переменным нагружением, в научной литературе отражены в недостаточной степени. Особенно это касается текстильного оборудования с многосекционными рабочими органами, где валы механизмов передачи движения имеют большую длину – до 10 метров.

Целью работы является разработка математической модели, позволяющей исследовать

низкочастотные динамические свойства вращающегося вала, вызванные поперечными колебаниями его протяженных частей, существенно влияющие на качество выработки текстильной продукции.

Следует отметить, что любая механическая передача движения на какой-либо исполнительный орган текстильной машины является встроенным промежуточным звеном в приводе, на вход которого подводится мощность от электродвигателя. При этом на исполнительный орган воздействуют силы сопротивления в виде активной нагрузки, трения, а сам исполнительный орган имеет определенную инерционность, вследствие чего привод как единый многосвязный механизм испытывает различного рода динамические воздействия, обусловленные общей вибрационной нагрузкой, например из-за периодических встряхиваний в транспортных узлах, изменением режимов работы двигателя (пуск, отслеживание объекта) и т. д. Возникающие колебания в приводе и его составляющих механизмах (крутильные, поперечные, осевые) взаимосвязаны и в принципе нелинейны. Так, например, в работе [8] указано, что низшие собственные частоты вынужденных изгибных колебаний вращающихся деталей приводного модуля текстильной машины могут привести к возникновению резонанса в диапазоне рабочих скоростей исполнительного органа, что существенно влияет на точность его движения.

Исследования взаимосвязи происходящих процессов в механических зубчатых передачах в достаточной степени описаны в научно-технической литературе, например в работах [9, 10]. При этом в итоговых уравнениях колебаний обычно теряют промежуточную координату «напряжение», которую определяют в последующих выкладках. В связи с этим авторы предлагают составить математическую модель исследу-

дования динамических явлений на базе метода, изложенного в работах [11, 12]. Метод развит на описании передачи мощности линейными уравнениями первого порядка, учитывающими ускорения и скорости изменения напряжений в деталях вследствие взаимодействия силовых факторов механической системы в целом.

Рассмотрим многоступенчатую конструкцию входного вала, компоновка которого приведена на рис. 1.

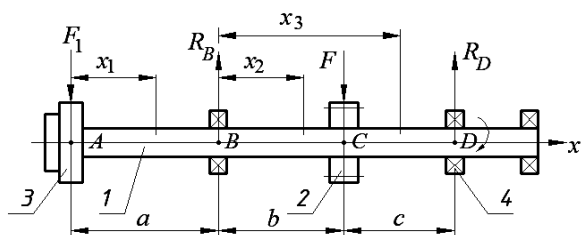


Рис. 1

При сложном многократном нагружении каждая ступень вала испытывает поперечные колебания разной амплитуды.

В качестве модели принимаем балку постоянного сечения, нагруженную силами в соответствии с компоновкой рис. 1. Учитывая, что размещение конца вала в сдвоенном подшипнике можно представить жесткой заделкой, расчетную схему для анализа поперечных колебаний выполним в виде рис. 2.

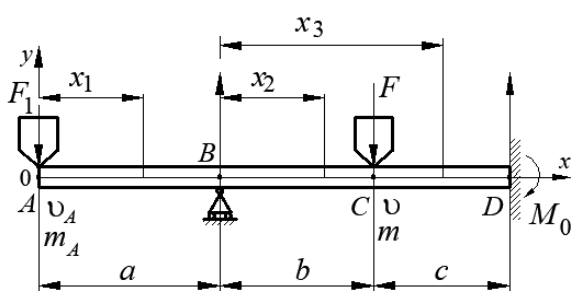


Рис. 2

Примем, что на тело массой m в точке C действует сила F_0 , а на тело массой m_A в точке A – сила F_{10} . При этом контакт между телами и балкой постояен, а суммарное воздействие в точках C и A можно описать дифференциальными уравнениями:

$$F(t) = F_0(t) + h_C v_C(t) + m_C \frac{dv_C}{dt}; \quad (1)$$

$$F_1(t) = F_{10}(t) + h_A v_A(t) + m_A \frac{dv_A}{dt}, \quad (2)$$

где h_C, h_A – коэффициенты потерь на трение в точках C и A , пропорциональные скоростям движения тел v_C и v_A .

Возможными реакциями опор являются R_B, R_D и момент в заделке M_0 . Далее будем обозначать реакции опор B и D соответственно. Рассматриваемая задача является статически неопределимой. Реакции опор в точках B и C определяют известным способом с помощью теоремы Кастильяно, положив прогиб балки в этих точках, равный нулю [13].

Прогибы в точках A и C балки представим в виде результата суммарного воздействия всех силовых факторов. Тогда

$$y_A = \vartheta_{a1} F_1 + \vartheta_a F; \quad y_C = \vartheta_{c1} F_1 + \vartheta_c F, \quad (3)$$

где ϑ_a и $\vartheta_{a1}, \vartheta_c, \vartheta_{c1}$ – коэффициенты упругости по прогибу от сил F и F_1 в точках A и C соответственно.

Прогибы в точках A, C и коэффициенты упругости вычисляются без трудностей в ходе решения рассматриваемой задачи стандартным образом [13].

Перепишем уравнения (1) и (2) в операторной форме:

$$F(t) = F_0(t) + h_C v_C(t)(1 + T_C p); \quad (4)$$

$$F_1(t) = F_{10}(t) + h_A v_A(t)(1 + T_A p); \quad (5)$$

$$p \equiv \frac{d}{dt}; \quad T_C = \frac{m_C}{h_C}; \quad T_A = \frac{m_A}{h_A}. \quad (6)$$

Здесь T_C, T_A – постоянные времени.

После дифференцирования обеих частей уравнений (4) и (5) по времени t получим систему уравнений:

$$v_C(t) - v_{0C}(t) = p [\vartheta_{c1} F_1(t) + \vartheta_c F(t)]; \quad (7)$$

$$v_A(t) - v_{0A}(t) = p [\vartheta_{a1} F_1(t) + \vartheta_a F(t)]. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) представляют собой систему линейных дифференциальных

уравнений с постоянными коэффициентами, которую переписем в векторной форме:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = F_{11}; \quad (9)$$

где $F(t)$ – вектор факторов воздействия: $F(t) = (F_{11}, F_{21})^T$; $X(t)$ – вектор переменных: $X(t) = (x_1, x_2)^T$; a_{ij} – коэффициенты: $i, j = 1, 2$.

Имеем неоднородную систему линейных алгебраических уравнений с двумя переменными

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = F_{21}. \quad (10)$$

В силу физической реализуемости рассматриваемой задачи определитель системы (10) не равен нулю. Единственное искомого решение будет удовлетворять начальным условиям.

Определитель системы (10) запишем в удобной для дальнейших действий форме:

$$D = A(p) = 1 + a_1p + a_2p^2 + a_3p^3 + a_4p^4, \quad (11)$$

где $A(p)$ – многочлен четвертого порядка с коэффициентами:

$$\begin{aligned} a_1 &= -\vartheta_c h_C - \vartheta_{a1} h_A; \\ a_2 &= -\vartheta_c m_C - \vartheta_{a1} m_A + h_A h_C (\vartheta_c \vartheta_{a1} - \vartheta_a \vartheta_{c1}); \\ a_3 &= (\vartheta_c \vartheta_{a1} - \vartheta_a \vartheta_{c1})(m_A h_C + m_C h_A); \\ a_4 &= m_A m_C (\vartheta_c \vartheta_{a1} - \vartheta_a \vartheta_{c1}). \end{aligned} \quad (12)$$

Решая систему линейных алгебраических уравнений с применением метода Крамера и не излагая промежуточные решения, получим соотношения для колебаний скоростей движения тел в точках A и C .

Анализируя устойчивость движений тел в точках A и C , которая определяется условиями Гурвица [14], рассмотрим задачу о собственных значениях. Характеристическим уравнением для матрицы A с учетом (11) будет

$$A(\lambda) = a_0 + a_1\lambda + a_2\lambda^2 + \dots + a_n\lambda^n. \quad (13)$$

Полагая a_i действительными числами так, что $a_0 > 0$, неравенства Гурвица запишем в форме

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= a_1 > 0; \quad \Delta_2 = a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0; \\ \Delta_3 &= a_3 \Delta_2 - a_4 a_1^2 > 0; \quad \Delta_4 = a_4 \Delta_3 > 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Здесь $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ – определители характеристического уравнения (13).

В силу краткости изложения приведем окончательные соотношения к определению частотных характеристик колебаний скоростей и напряжений в изображениях по Лапласу [15]. При $F_0=0$ передаточные функции влияния силы F_{10} на v_A и σ_B имеют вид соответственно:

$$W_{F_{10}v_A}(s) = \frac{v_A(s)}{F_{10}(s)} = \frac{s(c_{20} + sc_{21} + s^2 c_{22})}{1 + sa_1 + s^2 a_2 + s^3 a_3 + s^4 a_4}; \quad (15)$$

$$W_{F_{10}\sigma_B}(s) = \frac{\sigma_B(s)}{F_{10}(s)} = \frac{-aW^{-1}(1 + e_1 s + s^2 e_2 + s^3 e_3 + s^4 e_4)}{1 + sa_1 + s^2 a_2 + s^3 a_3 + s^4 a_4}. \quad (16)$$

Здесь s – комплексная переменная [16]: $s = j\omega$, $j = (-1)^{0,5}$; ω – круговая частота колебаний; $v_A(s)$ и $\sigma_B(s)$ – скорость движения тела в точке A и напряжения изгиба в сечении B .

Коэффициенты $c_{ij}, e_{ij}, i, j = 0, 1, 2$, полученные в ходе решения (10), имеют вид

$$\begin{aligned} c_{20} &= \vartheta_{a1}; \quad c_{21} = (\vartheta_{c1} \vartheta_a - \vartheta_c \vartheta_{a1}) h_C; \\ c_{22} &= (\vartheta_{c1} \vartheta_a - \vartheta_c \vartheta_{a1}) m_C; \\ e_1 &= a_1 + c_{20} h_A; \quad e_2 = a_2 + c_{21} h_A + c_{20} m_A; \\ e_3 &= a_3 + c_{22} h_A + c_{21} m_A; \quad e_4 = a_4 + c_{22} m_A. \end{aligned} \quad (17)$$

Метод решения данной задачи и полученные соотношения полностью приведены в работе [11]. Относительная амплитуда и сдвиг по фазе колебаний скоростей движения и напряжений определяются стандартным образом. Для примера запишем только выражение относительной амплитуды колебаний скорости тела в точке A в виде

$$A_{vA} = 20 \lg \left(c_{20} - c_{22} \omega^2 \right) \times \sqrt{\frac{1}{(1 - a_2 \omega^2 + a_4 \omega^4)^2 + (a_1 \omega - a_3 \omega^3)^2}}. \quad (18)$$

На рис. 3 приведены частотные характеристики входного вала одного из механизмов исполнительного органа текстильной машины.

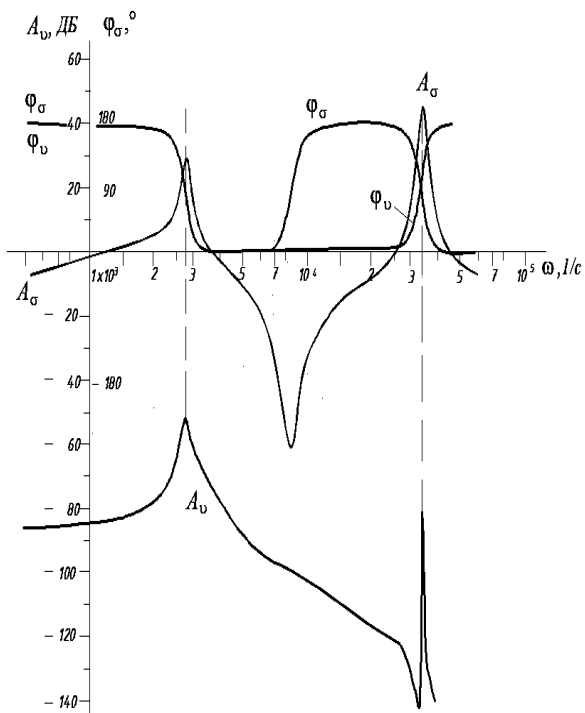


Рис. 3

Исходные данные для расчетов: компоновка вала (рис. 2); размеры плеч $a = 100$ мм; $b = 50$ мм; $c = 100$ мм; опоры механизма неподвижны, т. е. $\vartheta_{0C} = \vartheta_{0A} = 0$; масса полумуфты $m_A = 2,04$ Нс²/м; масса шестерни $m_C = 3,06$ Нс²/м; $h_A = h_C = 1$ Нс/см.

Расчетные данные: $\vartheta_c = -1,17 \cdot 10^{-5}$ см/Н; $\vartheta_{c1} = 3,16 \cdot 10^{-5}$ см/Н; $\vartheta_a = 1,58 \cdot 10^{-4}$ см/Н; $\vartheta_{a1} = -5,8 \cdot 10^{-4}$ см/Н; $a_1 = 0,596 \cdot 10^{-7}$ с; $a_2 = 0,123 \cdot 10^{-6}$ с²; $a_3 = 0,94 \cdot 10^{-16}$ с³; $a_4 = 0,115 \cdot 10^{-15}$ с⁴.

Для предварительной оценки значений резонансных частот положим $h_A = h_C = 0$. Тогда при $s = j\omega$ характеристический многочлен запишется в форме

$$D(j\omega) = 1 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4. \quad (19)$$

В ходе решения уравнения (19) получены значения резонансных частот $\omega_{p1} = 864$ рад/с; $\omega_{p2} = 32400$ рад/с. Эти значения позволяют оценить зону частот для исследования резонансных всплесков.

Проведем проверку соблюдения неравенства Гурвица (14):

$$\Delta_1 = 0,596 \cdot 10^{-7} > 0; \Delta_2 = 7,34 \cdot 10^{-15} > 0; \\ \Delta_3 = 4,6 \cdot 10^{-31} > 0; \Delta_4 > 0.$$

Если система не удовлетворяет данным критериям, то в механизме, скорее всего, будут автоколебания [17].

ВЫВОДЫ

Предложенный метод и полученное решение в первом приближении достаточно полно описывают взаимосвязанные динамические процессы во встроенных промежуточных передачах сложного текстильного оборудования. Такой подход позволяет рассчитать переходные характеристики отдельных узлов ткацких машин, оценить действующие силы, скорости, ускорения, определить ресурс и производительность механических передач со сменными зубчатыми колесами, а также обеспечить устойчивый технологический процесс, связанный с работой оборудования.

ЛИТЕРАТУРА

1. Климов В.В., Лавров К.А., Мазин Л.С. и др. Техническая диагностика машин текстильной и легкой промышленности. М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982. 246 с.
2. Корытский Я.Г. Колебания в текстильных машинах. М.: Машиностроение, 1973. 320 с.
3. Цветков Р.Н., Горячкин Г.М. О перспективах применения плоскоремненной передачи в быстроходной части привода прядильной самокруточной машины // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2008. № 4С (310). С. 86...88.
4. Зырянов В.Л. Анализ условий работы приводов текстильной и легкой промышленности с регуляторами натяжения ременных передач: автореф. ... канд. техн. наук. СПб., 2008.
5. Джакияев Д.К., Жашен С.Ж., Абилдаева Н.Д. Влияние неоднородности напряженного состояния на прочность деталей текстильных машин и аппаратов при циклическом симметричном нагружении // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2020. № 3 (387). С. 123...127.
6. Кондратенко Л.А., Дмитриев В.Г., Мирнова Л.И., Хейло С.В. Динамический анализ подпружиненных механизмов в текстильных машинах // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. 2022. № 3 (399). С. 198...204.
7. Басинюк В.Л., Драган А.В., Басинюк Я.В. и др. Влияние кинематической погрешности прямозубых зубчатых передач на динамическую нагруженность зубьев // Вестник Брестского государственного технического университета. 2004. №4. С. 6...9.

8. *Погонщикова Е.П.* Разработка исходных требований к конструкции приводных модулей текстильных машин: автореф. ... канд. техн. наук. Кострома, 2004.

9. *Генкин М.Д.* Динамические нагрузки в передачах с косозубыми колесами. М.: АН СССР ИМАШ, 1961. 116 с.

10. *Хафед И.С.* Математическая модель динамики колебаний зубчатых передач // ВІСНІК ХТУ. 2018. Т. 1, №3(66).

11. *Кондратенко Л.А., Миронова Л.И.* Моделирование динамических процессов в существенно нелинейных системах. М.: РУСАЙНС, 2021. 225 с.

12. *Kondratenko L.A., Mironova L.I.* A Generalized Linear Mathematical Model of Cutting Part Movement in Deep Hole Machining // Journal of Machinery Manufacture and Reliability, 2023, Vol. 52, No. 8, pp. 843...852.

13. *Феодосьев В.И.* Сопротивление материалов. М.: Наука, ФМЛ, 1963. 531 с.

14. *Mironova L., Kondratenko L.* Method for the study of dynamic characteristics in the mechanisms of motion transmission // Journal of Vibroengineering Procedia, 2019, Vol. 25, p. 214...219.

15. *Иванов В.А., Чемоданов Б.К., Медведев В.С.* Математические основы теории автоматического регулирования. М.: Высшая школа. 1971. 797 с.

16. *Лаврентьев М.А., Шабат Б.Г.* Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1965. 496 с.

17. *Попов Е.П.* Прикладная теория процессов управления в нелинейных системах. М.: Наука, 1973. 584 с.

REFERENCES

1. *Klimov V.V., Lavrov K.A., Mazin L.S and ets.* Technical diagnostics of textile and light industry machines. М.: Lyogkaya i pishcheyaya promyshlennost', 1982.

2. *Koritysskiy YA. G.* Vibrations in textile machines. М.: Mashinostroenie, 1973.

3. *Tsvetkov R.N., Goryachkin G.M.* On the prospects of using a flat-belt transmission in the high-speed part of the drive of a spinning self-rolling machine // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2008, 4S (310). pp. 86...88.

4. *Zyryanov V.L.* Analysis of operating conditions of textile and light industry drives with belt tension regulators: abstract for the academic degree. step. Ph.D. tech. Sci. St. Petersburg, 2008.

5. *Jakiyaev D.K, Zhashen Z.H., Abildayeva N.D.* Influence of the stress state inhomogeneity on the strength of parts of textile machines and apparatuses under cyclic symmetric loading // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2020, (3). pp. 123...127.

6. *Kondratenko L.A., Dmitriev V.G., Mironova L.I., Kheilo S.V.* Dynamic analysis of spring loaded mechanisms in textile machines // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2022, (3), pp. 198...204.

7. *Basinyuk V.L., Dragan A.V., Basinyuk YA.V. etc.* The influence of the kinematic error of spur gears on the dynamic load of the teeth // Vestnik Bretskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2004, 4, pp. 6...9.

8. *Pogonshchikova E.P.* Development of initial requirements for the design of drive modules for textile machines: abstract for the academic degree. step. Ph.D. tech. Sci. Kostroma, 2004.

9. *Genkin M.D.* Dynamic loads in gears with helical wheels. М.: АН СССР ИМАШ, 1961. 116 p.

10. *Hafed I.S.* Mathematical model for the dynamics of oscillations of the zoom transmissions // ВІСНІК ХТУ. 2018. V. 1, No 3(66).

11. *Kondratenko L.A., Mironova L.I.* Simulation of Dynamic Processes in Essentially Non-linear Systems. М.: RUSIGNS, 2021. 225 p.

12. *Kondratenko L.A., Mironova L.I.* A Generalized Linear Mathematical Model of Cutting Part Movement in Deep Hole Machining // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. 2023, Vol. 52, No. 8, pp. 843...852.

13. *Feodos'ev V.I.* Strength of materials. Moscow: Nauka, FML, 1963.

14. *Mironova L., Kondratenko L.* Method for the study of dynamic characteristics in the mechanisms of motion transmission // Journal of Vibroengineering Procedia, 2019, Vol. 25, p. 214...219.

15. *Ivanov V.A., Chomodanov B.K., Medvedev V.S.* Matematicheskie osnovy teorii avtomaticheskogo regulirovaniya. М.: Vysshaya shkola, 1971. 797 p.

16. *Lavrent'ev M.A., SHabat B.G.* Metody teorii funktsiy kompleksnogo peremennogo. М.: Nauka, 1965. 496 p.

17. *Popov E.P.* Applied theory of control processes in nonlinear systems. М.: Nauka, 1973. 584 p.

Рекомендована кафедрой 914 «Проектирование сложных технических систем» Института общегенеральной подготовки МАИ (НИУ). Поступила 03.07.24.