

УДК 677.024

DOI 10.47367/0021-3497\_2025\_3\_135

**СОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЖЕСТКОСТИ  
ЛУБЯНОГО ВОЛОКНА ПРИ СКОРОСТНОМ ИЗГИБЕ  
В ВИДЕ КОНСОЛЬНОЙ БАЛКИ**

**IMPROVEMENT OF THE METHOD FOR DETERMINING THE RIGIDITY  
OF BASTM FIBER UNDER HIGH-SPEED BENDING IN THE FORM  
OF A CANTILEVER BEAM**

*Е.Л. ПАШИН<sup>1</sup>, С.Н. РАЗИН<sup>1</sup>, А.В. ОРЛОВ<sup>2</sup>*

*E.L. PASHIN<sup>1</sup>, S.N. RAZIN<sup>1</sup>, A.V. ORLOV<sup>2</sup>*

<sup>(1</sup>Костромская государственная сельскохозяйственная академия,

<sup>2</sup>Костромской государственный университет)

<sup>(1</sup>Kostroma State Agricultural Academy,

<sup>2</sup>Kostroma State University)

E-mail: evgpashin@yandex.net, aorlov@list.ru

*В статье представлены результаты исследований по совершенствованию метода определения жесткости лубяного волокна при его скоростном изгибе. Целью работы является повышение информативности результатов испытаний и приближение условий их проведения к характеру изгибных деформаций, имеющих место при переработке и эксплуатации волокон. Известный способ испытания анализируемой пробы волокна в виде консоли путем скоростного прогиба бойком в виде маятника предложено осуществлять в два этапа при разной длине консоли с учетом на каждом этапе работы, совершаемой при изгибе. Жесткость волокон характеризуют значениями модулей упругости и сдвига, полученными посредством графоаналитического анализа. Для этого оценивают изменение фиктивного модуля упругости по совершаемой работе при изгибе волокна при разной длине консоли. По величине фиктивного модуля упругости, определенной при разных длинах консоли волокна в условиях неизменности геометрических параметров его сечения, рассчитывают значения модулей упругости и сдвига, изгибной и сдвиговой жесткости, а при необходимости – значения усилия, возникающего при изгибе образца.*

*The article presents the results of research aimed at improving the method for determining the rigidity of bast fibers during high-speed bending. The objective of the study is to enhance the information content of the test results and to bring the testing conditions closer to the nature of bending deformations that occur during the processing and use of the fibers. The well-known method for testing the analyzed fiber sample in the form of a cantilever by high-speed deflection with a striker in the*

*form of a pendulum is proposed to be conducted in two stages, with different cantilever lengths, taking into account the work performed during bending at each stage. The rigidity of the fibers is characterized by the values of the elastic and shear moduli, obtained through graphical-analytical analysis. For this purpose, the change in the fictitious elasticity modulus is estimated by the work performed during fiber bending at different console lengths. Based on the value of the fictitious elastic modulus, determined for different lengths of the fiber cantilever under conditions of constant geometric parameters of its cross-section, the values of the elastic and shear moduli, bending and shear rigidity, and, if necessary, the value of the force arising during bending of the sample are calculated.*

**Ключевые слова:** лубяное волокно, испытание, прогиб, скоростной изгиб, работа при изгибе, модули упругости и сдвига.

**Keywords:** bast fiber, testing, deflection, high-speed bending, work during bending, elastic and shear moduli.

### *Введение*

Точное и объективное определение свойств лубяных волокон для расширения направлений их использования является важной задачей, связанной со стандартизацией, проектированием и управлением технологическими процессами получения новых волокнодержающих материалов, включая композиты.

Одним из наиболее важных свойств является жесткость волокон, определяющая эффективность их последующей переработки [1]. Однако существующий стандартный способ определения гибкости волокон по методике ГОСТ Р 53484-2022 обладает недостатком, связанным с деформацией волокна при изгибе в условиях статики. Для исключения этого предложен способ испытания, основанный на скоростном изгибе волокнистого образца, закрепленного в виде консоли [2]. Однако получаемые с его применением результаты не в полной мере характеризуют жесткость волокон, например, необходимую при проектировании композитов. Нужна информация не только об изгибной, но и о сдвиговой жесткости.

Подобная задача ранее была решена [3], но применительно к нагружению в условиях статики на основе трехточечного прогиба. Поэтому разработка метода оценки изгибной и сдвиговой жесткости волокон в условиях скоростного изгиба является важным направлением исследований.

### *Методы исследований*

При обосновании новых положений ранее предложенного метода оценки изгибной жесткости волокон использовали положения курсов текстильного материаловедения, сопротивления материалов и теоретической механики. При обосновании взаимосвязи работы, совершаемой при изгибе консольного участка волокна, с модулями упругости и сдвига использовали положения теорий деформации балочных конструкций с учетом сдвиговых явлений [4].

### *Результаты исследований*

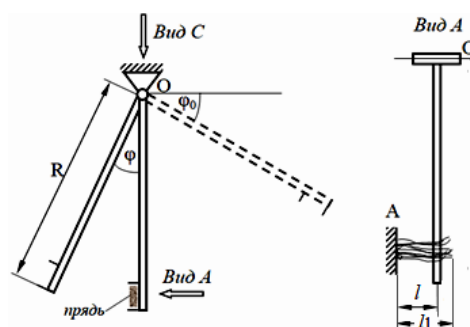


Рис. 1

Для дальнейшего совершенствования метода [2] с целью повышения информативности результатов испытания предложено использовать аналогичную схему прогиба волокон при скоростном изгибе в виде консольной балки. Однако для учета сдвиговых деформаций ее прогиб предложено осуществлять при разной длине консоли  $l_1$  (рис. 1).

Полагаем, что процесс испытания осуществляется в лабораторных условиях, при которых коэффициент трения  $\mu$  волокна о поверхность стального бойка маятника не меняется из-за внешних условий. Его величина зависит от вида анализируемого материала (волокна), например для льноволокна  $\mu \approx 0,2$  [5].

Тогда с учетом возникающих касательных напряжений величину прогиба балки можно определить [6]:

$$\Delta = \frac{Pl^3}{3E_u J} + \frac{(1+\gamma)Pl^3}{4E_u J} \left(\frac{h}{l}\right)^2, \quad (1)$$

где  $\gamma$  – коэффициент Пуассона;  $E_u$  – истинный модуль упругости;  $J$  – момент инерции сечения;  $E_u J$  – изгибная жесткость.

Преобразуя величину  $\gamma$  как функцию модулей упругости  $E$  и сдвига  $G$ , выражение (1) запишем в виде:

$$\Delta = \frac{Pl^3}{3E_u J} + \frac{Pl^3}{8GJ} \left(\frac{h}{l}\right)^2. \quad (2)$$

Структура (2) предопределяет, что общий прогиб конца консоли  $\Delta$  формируется, как сумма прогибов  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$ :  $\Delta_1$  – от действия нормальных напряжений, обусловленных истинным модулем упругости  $E_u$ , а  $\Delta_2$  – от возникающих касательных напряжений, обусловленных модулем сдвига  $G$ .

В этом случае будем полагать, что общий прогиб  $\Delta$  будет формироваться в условиях проявления фиктивного модуля упругости  $E_\phi$ . Тогда выражение (2) представим в виде:

$$A/EI = \mathbf{a} = 55,022 + 9,425\mu - 3,438l_1 - 0,267\mu l_1 + 0,054l_1^2 + 0,015\mu^2 \quad (5)$$

При разной длине консоли  $l_1$  и  $l_2$  и разной затраченной на изгиб энергии  $A$  найдем по формуле (5) значения характеристики  $\mathbf{a}$ . Применительно к значениям индекса длины консоли:  $\mathbf{a}_1 = (A/E_\phi J)_1$  и  $\mathbf{a}_2 = (A/E_\phi J)_2$ .

$$\frac{P \cdot l^3}{3E_\phi J} = \frac{Pl^3}{3E_u J} + \frac{Pl^3}{8GJ} \left(\frac{h}{l}\right)^2$$

или

$$\frac{P \cdot l^3}{3E_\phi J} = \frac{Pl^3}{3J} \left[ \frac{1}{E_u} + \frac{3Pl^3}{8G} \left(\frac{h}{l}\right)^2 \right].$$

После преобразования получаем:

$$\frac{Pl^3}{3E_\phi J} = \frac{Pl^3}{3E_u J} + \frac{Pl^3}{8GJ} \left(\frac{h}{l}\right)^2,$$

откуда следует

$$\frac{1}{E_\phi} = \frac{1}{E_u} + \frac{3}{8G} \left(\frac{h}{l}\right)^2. \quad (3)$$

Согласно [7] при увеличении длины балки  $l$  (при неизменности ее сечения, модулей  $E_u$ ,  $G$  и прикладываемой нагрузки  $P$ ) фиктивный модуль упругости  $E_\phi$  будет уменьшаться, а отношение  $\frac{1}{E_\phi}$  – возрастать.

При таких условиях выражение (3) можно представить в виде:

$$Y = b + vx, \quad (4)$$

где  $Y = \frac{1}{E_\phi}$ ,  $b = \frac{1}{E_u}$ ,  $v = \frac{0,375}{G}$ ,  $x = (h/l)^2$ .

По результатам испытания по методу, представленному в [2], доказана взаимосвязь совершаемой при изгибе работы  $A$  с изгибной жесткостью  $EJ$  посредством использования характеристики  $\mathbf{a}$ , а именно:  $\mathbf{a} = A/EJ$ . Установлено, что величина характеристики  $\mathbf{a}$  ( $\text{м}^{-1}$ ) зависит от длины консоли  $l_1$  (мм) и коэффициента трения  $\mu$  согласно следующему выражению:

После замены  $\frac{1}{E_\phi}$  на выражение  $\left(\frac{\mathbf{a} \cdot t \cdot h^3}{12 \cdot A}\right)$  и обозначив в нем совокупность постоянных при испытании величин  $\frac{t \cdot h^3}{12} = J$ , выражение (4) представим в графическом виде на рис. 2.

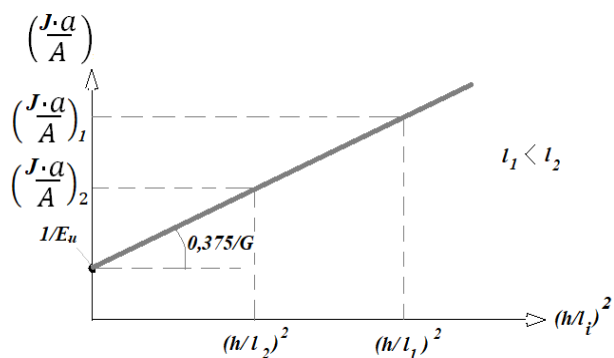


Рис. 2

С учетом полученных результатов предложен следующий алгоритм определения модулей  $E_u$  и  $G$ .

По результатам испытания по методу, изложенному в [2], определяем при разной длине консоли  $l_1$  и  $l_2$  значения затраченной энергии  $A$  и применительно к значениям длины – характеристики:  $a_1 = (A/E_\phi J)_1$  и  $a_2 = (A/E_\phi J)_2$ . При определении этих характеристик учитываем значение коэффициента трения при взаимодействии анализируемого материала с поверхностью бойка маятника.

Далее с учетом известных при проведении испытания параметров сечения волокнистого образца в виде прямоугольника с шириной  $t$  и высотой  $h$  определяем величину момента инерции сечения  $J = \frac{t \cdot h^3}{12}$ . Вычисляем значения ординат в виде  $1/E_{\phi 1} = \left(\frac{a \cdot \kappa}{A}\right)_1$  и  $1/E_{\phi 2} = \left(\frac{a \cdot \kappa}{A}\right)_2$ . Затем определяем параметры уравнения (4), а именно величину  $\beta = \frac{1}{E_u}$  и коэффициент наклона  $\nu = \frac{0,375}{G}$ . Полученные результаты обеспечивают знание искоемых модулей упругости  $E_u$  и сдвига  $G$ .

Таким образом, по итогам испытания в условиях скоростного изгиба обеспечиваются условия для получения следующей информации об анализируемом волокне: затрачиваемая при изгибе энергия, модули упругости и сдвига, а также изгибная  $E_u J$  и сдвиговая  $G \cdot F$  жесткость. Дополнительно можно определить возникающее при изгибе усилие  $P$ , применив алгоритм анализа, указанный в [8] и требующий контроля изменения угловых координат маятника-бойка в процессе его полного перемещения.

1. Предложен алгоритм расчета модулей упругости и сдвига посредством графоаналитического анализа, основанный на изменении фиктивного модуля упругости при изгибе волокна с разной длиной консоли и совершаемой при этом работе.

2. Усовершенствованный метод позволяет по результатам испытания волокна получать информацию о затрачиваемой при изгибе энергии, значениях модулей упругости и сдвига, изгибной и сдвиговой жесткости, а при необходимости – об усилии при изгибе образца.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Hearle J.W.S., Morton W.E.* Physikal Properties of Textile Fibres. Cambridge, England: Woodhead Publishing in association with the Textile Institute; Boca Raton, FL: CRC Press, 2008. 796 p.
2. *Пашин Е.Л., Разин С.Н., Орлов А.В.* Метод определения изгибной жесткости лубяного волокна при его скоростном изгибе в виде консольной балки // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2024. № 4. С. 104...110. – DOI 10.47367/0021-3497\_2024\_4\_104.
3. *Пашин Е.Л., Орлов А.В.* Программно-аппаратный комплекс для оценки модулей продольной упругости и сдвига при изгибе лубяных волокон // Известия вузов. Технология текстильной промышленности. 2023. № 4. С. 164...169. – DOI 10.47367/0021-3497\_2023\_4\_164.
4. *Фирсанов В.В.* Расчетные модели изгиба балки с учетом деформации сдвига. М.: МАИ, 2020. С. 98...107. – DOI:10.33113/mkmk.ras.2020.26.01.098\_107.06.
5. *Крагельский И. В., Виноградова И. Э.* Коэффициенты трения: справ. пособие. 2-е изд. М.: Машгиз, 1962. 220 с.
6. *Андреев В.И., Атаров Н.М., Варданян Г.С.* Изгиб консольной балки силой, приложенной на конце. Решения плоской задачи теории упругости в декартовых координатах. – [https://studref.com/363856/stroitelstvo/izgib\\_konsolnoy\\_balki\\_siloy\\_prilozhennoy\\_kontse](https://studref.com/363856/stroitelstvo/izgib_konsolnoy_balki_siloy_prilozhennoy_kontse).
7. *Первушин Ю.С., Жернаков В.С., Зильбан Г.М.* Испытание композиционных волокнистых материалов на изгиб. Уфа: УГАТУ, 2006. 12 с.
8. *Пашин Е.Л., Орлов А.В.* Испытательная система контроля разрывных характеристик волокон и нитей при скоростном растяжении // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2019. №85(2). С. 60...64. – DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-2-60-64.

## REFERENCES

1. *Hearle J.W.S., Morton W.E.* Physikal Properties of Textile Fibres. Cambridge, England: Woodhead Publishing in association with the Textile Institute; Boca Raton, FL: CRC Press, 2008. 796 p.
2. *Pashin E.L., Razin S.N., Orlov A.V.* Measuring bending rigidity of bast fiber during high-speed cantilever bending // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.* 2024. № 4(412). P. 104...110. – DOI 10.47367/0021-3497\_2024\_4\_104.
3. *Pashin E.L., Orlov A.V.* A software-hardware complex used to measure young's modulus and shear modulus of flax fiber during bending process bending // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Tekhnologiya Tekstil'noi Promyshlennosti.* 2023. № 4. P. 164...169. – DOI 10.47367/0021-3497\_2023\_4\_164.
4. *Firsanov V.V.* Calculation models of beam bending taking into account shear deformation. Moscow: MAI, 2020. С. 98...107. – DOI:10.33113/mkmm.ras. 2020. 26.01.098\_107.06.
5. *Kragel'skiy I.V., Vinogradova I.Ye.* Koeffitsiyenty treniya: spravochnoye posobiye. 2-ye izd. M.: Mashgiz, 1962. 220 s.
6. *Andreev V.I., Atarov N.M., Vardanyan G.S.* Bending of a cantilever beam by a force applied at the end. Solutions of a plane problem of elasticity theory in Cartesian coordinates. – [https://studref.com/363856/stroitelstvo/izgib\\_konsolnoy\\_balki\\_siloy\\_prilozhennoy\\_kontse](https://studref.com/363856/stroitelstvo/izgib_konsolnoy_balki_siloy_prilozhennoy_kontse)
7. *Pervushin YU.S., Zhernakov V.S., Zil'ban G.M.* Ispytaniye kompozitsionnykh voloknistykh materialov na izgibe. Ufa: UGATU, 2006. 12 s.
8. *Pashin E.L., Orlov A.V.* Test system for monitoring the tensile characteristics of fibers and threads under high-speed stretching // *Factory laboratory. Diagnostics of materials.* 2019. №85(2). P. 60...64. – DOI: 10.26896/1028-6861-2019-85-2-60-64

Рекомендована кафедрой технических систем в агропромышленном комплексе КГСА. Поступила 16.01.25.