УДК 677.021.166:004.94
DOI 10.47367/0021-3497_2025_5_196

ЗАВИСИМОСТЬ НЕРОВНОТЫ ПОТОКА ПО СОСТАВУ ОТ НЕРОВНОТЫ ПО ЛИНЕЙНОЙ ПЛОТНОСТИ ДЛЯ МНОГОКОМПОНЕНТНЫХ СМЕСЕЙ

DEPENDENCE OF FLOW UNEVENNESS IN COMPOSITION ON UNEVENNESS IN LINEAR DENSITY FOR MULTI-COMPONENT MIXTURES

П.А. СЕВОСТЬЯНОВ, С.Н. ВИНИЧЕНКО, Т.А. САМОЙЛОВА

P.A. SEVOSTYANOV, S.N. VINICHENKO, T.A. SAMOYLOVA

(Российский государственный университет имени А.Н. Косыгина (Технологии. Дизайн. Искусство))

(Kosygin Russian State University)

E-mail: vini80_06@mail.ru

В статье рассмотрены вопросы неравномерности смешанных волокнистых потоков по доле компонентов в каждом поперечном сечении полупродуктов прядения, которые определяют их связь с неравномерностью по линейной плотности. Предложен метод компьютерного моделирования потоков из смесей волокнистых материалов, представляющий собой графическое отображение функций долевого компонентного состава смешанного потока. Данный метод основан на построении на плоскости равностороннего n-угольника с длиной сторон L и позволяет использовать точки внутри n-угольника как координаты для отображения состава смеси. Таким образом, каждой точке внутри n-угольника соответствует единственный состав смеси с определенными долями. Также проведен анализ преобразований корреляционных характеристик потока при смешивании компонентов и даны модельные оценки автокорреляционных (АКФ) и взаимно-корреляционных (ВКФ) функций для долей трехкомпонентного смешанного потока волокнистого материала. Результаты моделирования показали, что АКФ долей компонентов смешанного потока волокнистого материала при различных параметрах АКФ линейной плотности данных компонентов практически одинаковы, тогда как ВКФ долей компонентов различны не только по величине корреляции, но и по знаку.

The article discusses the issues of the unevenness of mixed fibrous flows in terms of components proportion in each cross-section of spinning semi-finished products, which determine their relationship with the unevenness in linear density. As a result, a method for computer simulation of flows with mixtures of fibrous materials is proposed, which is a graphical representation of the functions of fractional component

composition of a mixed flow. This method is based on constructing an equilateral n-gon on the plane with a side length of L, which allows using points inside the n-gon as coordinates to display the composition of the mixture. Thus, each point inside the n-gon corresponds to a single composition of the mixture with certain proportions. The transformations of the correlation characteristics of the flow during mixing of components are also analyzed, and model estimates of autocorrelation (ACF) and cross-correlation (CCF) functions for the fractions of a three-component mixed flow of fibrous material are given. The simulation results showed that the ACF of the fractions of the components of the mixed flows, with different parameters of the ACF of the linear density of these components, are almost the same. Whereas, the CCFs of the component shares differ not only in the magnitude of the correlation, but also in sign.

Ключевые слова: смешанные волокнистые потоки, неровнота волокнистых материалов, авто- и взаимно-корреляционные функции.

Keywords: mixed fibrous flows, unevenness of fibrous materials, auto- and cross-correlation functions.

Введение

Современные компьютерные методы моделирования и отображения результатов позволяют создать инструменты для решения задач взаимосвязи между различными технологическими параметрами. Так, был разработан метод компьютерной статистической имитации потока волокнистого материала (ПВМ) для любого числа компонентов с учетом их корреляционных и спектральных свойств, смещений по фазе и законов распределения линейной плотности потоков.

Зависимость неравномерности ПВМ по доле содержащихся в нем компонентов в каждом поперечном сечении от линейной плотности этих компонентов вдоль ПВМ подробно исследована экспериментально [1, 2], аналитически и методами компьютерного моделирования [3…5]. При этом аналогичное исследование для многокомпонентных ПВМ обычно сводят к двухкомпонентным задачам [6], выделяя один из компонентов и относя остальные к второму компоненту. Трудности изучения неровноты многокомпонентных ПВМ связаны с увеличением размерности задачи и малой наглядностью отображения полученных результатов. Поэтому задача исследования многокомпонентных потоков актуальна по сей день, поскольку большая доля перерабатываемых волокнистых материалов составляется из более чем двух компонентов [7, 8], а такие продукты, как меланжевая пряжа, состоят из большого количества разноцветных компонентов [9]. Следовательно, для таких волокнистых продуктов задача взаимосвязи между неравномерностью ПВМ по линейной плотности компонентов и его неравномерностью по доле компонентов особенно актуальна.

Методы исследования

Один из способов наглядного графического отображения зависимости некоторой характеристики смеси от долевого содержания ее компонентов основан на следующих соображениях. Обозначим долевой состав ПВМ в некоторый момент времени t вектором $P(t)=[p_1(t),\ldots,p_n(t)]$, где $p_i(t)$ – доля i-го компонента по массе, n – количество компонентов в смешанном ПВМ. Очевидно, все $p_i(t)\geq 0$ и их сумма всегда равна 1. Метод для наглядного отображения любой скалярной функции от вектора P на плоскости включает шаги: 1) построим на плоскости равносторонний n-угольник с длиной стороны L. Его площадь равна $S=L^2/4\cdot\mathrm{ctg}(\pi/n)$; 2) выберем любую точку внутри или на границе многоугольника и опустим высоты на его стороны или их продолжения; 3) пронумеруем эти высоты номерами сторон и обозначим их h_i, $i=1,\ldots,n$; 4) проведем лучи из

точки к вершинам. Полученные треугольники имеют площади $S_i=h_i \cdot L/2$, а сумма площадей равна S. Следовательно,

$$\sum_{i=1}^{n} h_i = 0.5L \operatorname{ctg}\frac{\pi}{n} = C\,. \qquad (1)$$

Из (1) следует, что для n-угольника сумма высот с точностью до масштаба построения величина постоянная. Поэтому этими высотами можно отобразить состав смеси: каждой точке внутри n-угольника соответствует единственный состав смеси с долями $p_i=h_i/C$, и наоборот, каждому конкретному составу смеси соответствует одна и только одна точка внутри или на границе n-угольника. Этот результат позволяет использовать точки внутри n-угольника как координаты для отображения состава смеси и строить любую скалярную функцию координат по оси, ортогональной к плоскости n-угольника.

Поместим начало координат (X;Y;Z) в геометрический центр n-угольника так, чтобы он лежал в плоскости (X;Y), а его первая вершина лежала на положительной полуоси X. Координаты вершин n-угольника равны. Тогда

$$X_i = L\cos\left(2\pi(i-1)/n\right),\;\; Y_i = L\left(1-\sin\left(2\pi(i-1)/n\right)\right),\;\; i = 1,\ldots,n. \qquad (2)$$

Концы i-й стороны определяются точками $(X_{i-1};Y_{i-1})$ и $(X_i;Y_i)$. Расстояние от произвольной точки $(x;y)$ на плоскости до i-й стороны равно

$$h_i = \frac{\left|(Y_i - Y_{i-1})x - (X_i - X_{i-1})y + X_i \cdot Y_{i-1} - Y_i \cdot X_{i-1}\right|}{\sqrt{(Y_i - Y_{i-1})^2 + (X_i - X_{i-1})^2}},\;\; i = 1,\ldots,n. \qquad (3)$$

С помощью непосредственной проверки легко убедиться в соблюдении нормировочного равенства (1) для расстояний (3). Для обратной операции – отыскания координат точки $(x; y)$ внутри n-угольника – достаточно найти точку пересечения двух прямых, проходящих на расстояниях $h_i=p_i/C$ и $h_k=p_k/C$ от сторон i и k с внутренней стороны n-угольника.

Описанный метод отображения, однако, непригоден при исследовании динамических характеристик ПВМ. Поэтому далее рассмотрим такие традиционные характеристики статистической динамики ПВМ, как АКФ и ВКФ.

Оценка результатов моделирования

Линейная плотность смешанного ПВМ равна сумме линейных плотностей компонентных потоков:

$$g_s(t) = g_1(t) + \cdots + g_n(t). \qquad (4)$$

Доля k-го компонента в момент t равна $p_k(t) = g_k(t)/g_s(t)$. Все входящие в эти выражения функции времени представляют собой вероятностные процессы. Приведенные характеристики вычислялись и оценивались по известным формулам [10], а также использовались, например, для сравнительной оценки разных технологий смешивания [11].

Сложение более чем двух компонентов имеет свои особенности. Используя компьютерную автоматизацию вычислений, легко вычислить матричную взаимную корреляционную функцию (ВКФ) долей компонентов $R_p(\tau|j,k)$, j, h=1,…,n, например в программной системе Matlab, по формуле

$$\mathbf{R}_p(\tau) = \left\| \frac{M\left\{p_j^0(t)\cdot p_k^0(t+\tau)\right\}}{\sqrt{D\left\{p_j^0(t)\right\}\cdot D\left\{p_k^0(t+\tau)\right\}}} \right\|_{j,k=1,..,n}. \qquad (5)$$

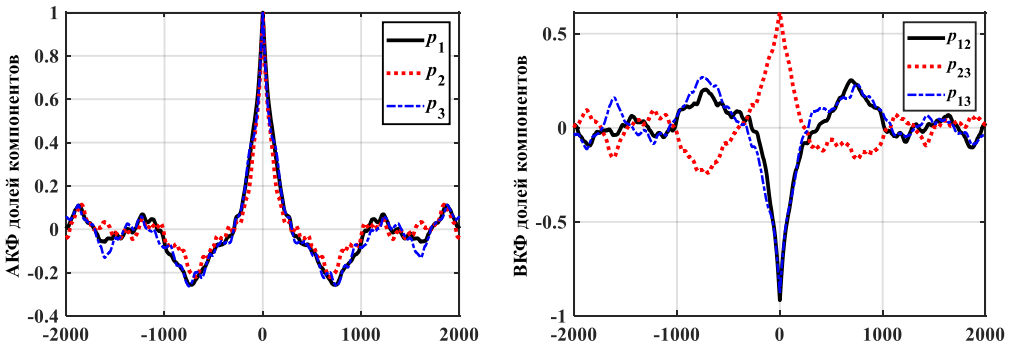
В этой формуле $M\{\}$ и $D\{\}$ – операторы вычисления математического ожидания и дисперсии или их точечных оценок. Верхний индекс ^{0} означает операцию центрирования вероятностного процесса.

Рассмотрим в качестве примера смешанный поток из n = 3 компонентов, линейные плотности которых $g_k(t)$ описываются ста-

ционарными вероятностными процессами с автокорреляционными функциями вида

$$R_g(\tau|k) = \exp(-a_k\tau)\cos(\omega_k\tau). \quad (6)$$

Величины a_k и ω_k являются параметрами, постоянными для каждого компонента, но разными для разных компонентов. Линейные плотности для каждого компонентного потока моделируются в числовом виде с шагом по времени dt от t=0 до Tm. Затем по формулам (4) вычисляют доли компонентов в потоке и по формуле (5) находят элементы матрицы ВКФ для значений τ=0,…,Tm/5. При n=3 всего получим три АКФ и три ВКФ для долей компонентов. На рис. 1 показаны полученные таким образом модельные оценки АКФ (а) и ВКФ (б) для долей трехкомпонентного смешанного ПВМ при равных средних долях компонентов.

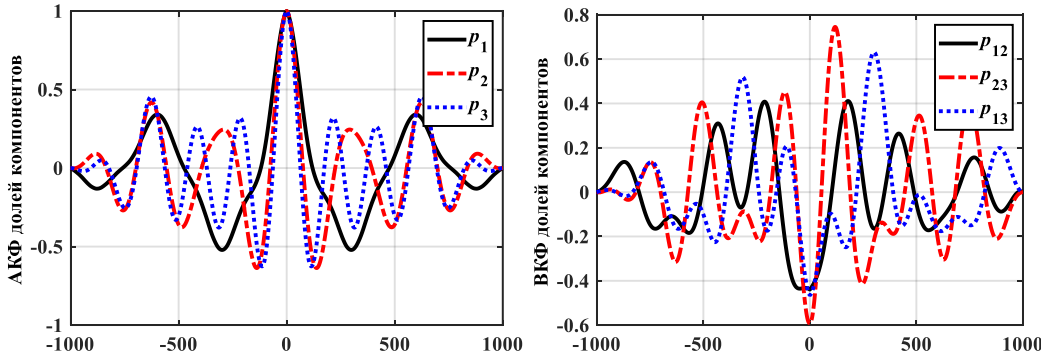


а) б)

Рис. 1

Видно, что, несмотря на существенные различия в параметрах АКФ линейной плотности компонентов, АКФ всех трех долей компонентов смешанного ПВМ практически одинаковы, тогда как ВКФ долей компонентов различны не только по величине корреляции, но и по знаку. При этом, как и у АКФ, максимумы ВКФ приходятся на τ = 0.

При наличии детерминированной периодической составляющей в линейных плотностях компонентов ВКФ существенное значение имеет смещение этих составляющих по фазе между компонентами. На рис. 2 показаны графики АКФ (а) и ВКФ (б) для долей компонентов, у которых линейные плотности содержат гармонические слагаемые, смещенные по фазе на π/4.



а) б)

Рис. 2

Видно, что у ВКФ максимумы графиков смещены относительно нуля. Эти особенности корреляционных характеристик важны при управлении процессом соединения и смешивания компонентных потоков.

В Ы В О Д Ы

Для описания некоторых, не зависящих от времени характеристик ПВМ предложен метод графического отображения функций

долевого компонентного состава смешанного потока. Для исследования динамики вариаций долей компонентов в смешанных ПВМ использованы АКФ и ВФ потоков. В результате смешивания потоков различия в автокорреляционных свойствах компонентов не отражаются на автокорреляционных свойствах каждой из долей компонентов, в отличие от взаимно-корреляционной функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Севостьянов А.Г.* Составление смесок и смешивание в хлопкопрядильном производстве: теория и практика. М.: Гизлегпром, 1954. 192 с.

2. *Прохоров Е.А., Карева Т.Ю.* Автоматизированное проектирование технологических процессов текстильной промышленности // Молодые ученые – развитию Национальной технологической инициативы (ПОИСК). Иваново, 2020. № 1. С. 553…554.

3. *Монахов В.В.* Исследование и оценка динамики свойств текстильных материалов с использованием компьютерного моделирования: дис. … канд. техн. наук. М., 2022. 214 с.

4. *Севостьянов П.А.* Компьютерные модели статистической механики волокнистых материалов: моногр. М.: РГУ им. А.Н. Косыгина, 2023. 251 с.

5. *Скуланова Н.С., Подольная Т.В., Голайдо С.А. и др.* Моделирование технологии из регенерированных ПЭТ-волокон при смешивании с тонкой, полутонкой и полугрубой шерстью // Сб-к науч. тр. междунар. науч. конф., посвященной 110-летию со дня рождения профессора А.Г. Севостьянова. М.: РГУ им. А.Н. Косыгина, 2020. С. 296…301.

6. *Севостьянов П.А., Виниченко С.Н.* Корреляционные и спектральные свойства смешанного потока по составу компонентов // Инженерный вестник Дона. 2024. № 2 (110). С. 615…623.

7. *Sokolov L.* Improvement of properties of semi-woolen yarn // Education and science in the 21st century. Articles of the V International Scientificand Practical Conference. Vitebsk, 2020. pp. 56…59.

8. *Капранова А.Б., Стенько Д.В., Бахаева Д.Д. и др.* Анализ параметров модели смешения полимерных компонентов в пересекающихся потоках // Математические методы в технологиях и технике. 2023. № 7. С. 39…46.

9. *Калмыков И.В.* Исследование меланжевых смесей и пряжи методами компьютерного моделирования: дис. … канд. техн. наук. М., 2000. 127 с.

10. Современные проблемы теории функций и их приложения: матер. 21-й междунар. Саратовской зимней школы. Вып. 21. Саратов, 2022. 339 с.

11. *Добринская Т.А., Севостьянов П.А.* Сравнение эффективности смешивания смешивающими и дозирующими устройствами // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. 2000. №3. С. 39…43.

REFERENCES

1. *Sevostyanov A.G.* Mixing and mixing in cotton spinning industry: theory and practice. M.: Gizlegprom, 1954. 192 p.

2. *Prokhorov E.A., Kareva T.Y.* Automated design of technological processes in the textile industry // Young scientists for the development of the National Technological Initiative (POISK). Ivanovo, 2020. No. 1. pp. 553…554.

3. *Monakhov V.V.* Research and evaluation of the dynamics of the properties of textile materials using computer modeling: dissertation of the Candidate of Technical Sciences. Moscow, 2022. 214 p.

4. *Sevostyanov P.A.* Computer models of statistical mechanics of fibrous materials: monograph. Moscow: A.N. Kosygin Russian State University, 2023. 251 p.

5. *Skulanova N.S., Podolnaya T.V., Golaido S.A., etc.* Modeling technology from regenerated PET fibers when mixed with fine, semi-fine and semi-coarse wool // Proceedings of the International Scientific Conference dedicated to the 110th anniversary of the the birth of professor A.G. Sevostyanov. Moscow, 2020. pp. 296…301.

6. *Sevostyanov P.A., Vinichenko S.N.* Correlation and spectral properties of a mixed flow by component composition // Engineering Bulletin of the Don. 2024. No. 2 (110). pp. 615…623.

7. *Sokolov L.* Improvement of properties of semi-woolen yarn // Education and science in the 21st century. Articles of the V International Scientificand Practical Conference. Vitebsk, 2020. pp. 56…59.

8. *Kapranova A.B., Stenko D.V., Bakhaeva D.D. etc.* Analysis of parameters of the model of mixing polymer components in intersecting flows // Mathematical Methods in Technology and Engineering. 2023, No. 7. pp. 39…46.

9. *Kalmykov I.V.* Research of melange mixtures and yarn by computer modeling methods: dissertation of the Candidate of Technical Sciences. Moscow, 2000. 127 p.

10. Modern problems of the theory of functions and their applications: materials of the 21st International Saratov Winter School. Issue 21. Saratov, 2022. 339 p.

11. *Dobrinskaya T.A., Sevostyanov P.A.* Comparison of mixing efficiency by mixing and dosing devices // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii, Seriya Teknologiya Tekstil'noi Promyshlennosti. 2000. No. 3, pp. 39…43.

Рекомендована кафедрой автоматики и промышленной электроники РГУ им. А.Н. Косыгина. Поступила 16.06.25.